

数 学 問 題

(情報学部)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この『数学問題』を開いてはいけません。
2. この中には、2枚の下書用紙と、問題文を含む6枚の解答用紙があります。
3. 試験開始後、直ちに、二つ折りになっているすべての用紙を広げてください。
4. 問題に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合は申し出てください。
5. 氏名と受験番号は、問題 [5] と問題 [6] を含むすべての解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。
6. 問題 [1] から問題 [4] までは全て解答してください。問題 [5] (数学 III を含まない) と問題 [6] (数学 III を含む) は選択問題ですので、どちらか1題を選択し、その解答は選択した問題の解答欄に記入してください。また、選択しなかった問題の解答欄に「選択しない」と記入してください。「選択しない」と記入しなかった場合や問題 [5] と問題 [6] の両方を解答した場合は、両方の答案が0点になることがありますので、注意してください。
7. 解答用紙の裏面は計算等の下書きに使用しても構いませんが、解答は各問題の下の解答欄に記入し、裏面は解答に使用しないでください。解答用紙の裏面に解答してもその部分は採点しません。
8. 問題 [5] と問題 [6] の選択問題の解答用紙を含む6枚の解答用紙のみを回収しますので、この表紙と2枚の下書用紙は持ち帰ってください。

下 書 用 紙 (1)

下書用紙 (2)

数 学

氏名	
----	--

受験 番号	
----------	--

1 3つの袋 A, B, C それぞれに, 1 から 30 までの番号を 1 つずつ書いた 30 枚のカードが入っている。A, B, C の袋からカードを 1 枚ずつ取り出す。全部で 30^3 通りのすべての取り出し方について考える。このとき, 取り出した 3 枚のカードの番号を, X, Y, Z ($X \leq Y \leq Z$) とする。たとえば, A, B, C の袋から, それぞれ 24, 16, 24 を取り出したとき, $X = 16, Y = Z = 24$ である。

- (1) Z が 10 以下となるカードの取り出し方は, 30^3 通りのうち何通りあるか。
- (2) Y が 12 となるカードの取り出し方は, 30^3 通りのうち何通りあるか。
- (3) Y が 12 で, X, Y, Z が等比数列となるカードの取り出し方は, 30^3 通りのうち何通りあるか。

[解答欄]

得点	
----	--

数 学

氏名	
----	--

受験 番号	
----------	--

2 座標平面上で、不等式 $\frac{2^{x+1}}{3^{y-1}} + \frac{3^{y-1}}{2^x} \leq 3$ を満たす点 (x, y) 全体の集合を D とする。

- (1) 点 $(\log_2 3, \log_3 9)$ は D に属することを示せ。
- (2) 不等式 $t - 3 + \frac{2}{t} \leq 0$ を満たす正の実数 t の範囲を求めよ。
- (3) D を図示せよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

数 学

氏名	
----	--

受験 番号	
----------	--

3

座標空間の 6 点 $O(0, 0, 0)$, $A(2, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$, $C(0, 0, 2)$, $D(2, 0, 2)$, $E(0, 2, 2)$ を頂点とする三角柱 $OAB-CDE$ がある。この三角柱の辺 OC 上の動点を P とし、 $\angle OBP = \theta$ ($0^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$) とする。3 点 P , A , B を通る平面で三角柱を切ったとき、切り口の図形の面積を $S(\theta)$ とする。

(1) $S(45^\circ)$ を求めよ。

(2) $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ のとき、 $S(\theta)$ を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

数 学

氏名	
----	--

受験 番号	
----------	--

4 a, b を実数の定数とする。座標平面において、 $y = x^3 + ax^2 + 2bx$ で表される曲線を C とする。点 $A(1, -6)$ は C 上にあり、点 A における C の接線を ℓ とするとき、 ℓ の傾きは -5 である。 $f(x) = x^3 + ax^2 + 2bx$ とおき、 ℓ の方程式を $y = g(x)$ とする。

- (1) a と b の値を求めよ。
- (2) $f(x) - g(x)$ を因数分解せよ。
- (3) 定積分 $\int_{-2}^0 |f(x) - g(x)| dx$ を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

数 学

氏名	
----	--

受験 番号	
----------	--

問題 5 と問題 6 は選択問題ですので、どちらか 1 題を選択し、その解答は選択した問題の解答欄に記入してください。また、選択しなかった問題の解答欄に「選択しない」と記入してください。

5

2 次関数 $y = f(x)$ のグラフは、 x 軸と 2 点 $(-3, 0)$, $(1, 0)$ で交わり、頂点の y 座標は 4 である。2 次関数 $y = g(x)$ のグラフは、 $y = f(x)$ のグラフを x 軸方向に 2 だけ平行移動したものである。 r を $0 < r < \frac{1}{2}$ を満たす定数とするとき、

$$R(t) = (1-r) \int_{-1}^t g(x) dx + r \int_t^1 f(x) dx \quad (-1 < t < 1) \text{ とおく。}$$

(1) $f(x)$ と $g(x)$ を求めよ。

(2) t の関数 $R(t)$ の導関数 $R'(t)$ を求めよ。

(3) $s = \frac{1}{1-2r}$ とおく。 $R(t)$ が極値をとるときの t を s を用いて表せ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

数 学

氏名	
----	--

受験 番号	
----------	--

問題 5 と問題 6 は選択問題ですので、どちらか 1 題を選択し、その解答は選択した問題の解答欄に記入してください。また、選択しなかった問題の解答欄に「選択しない」と記入してください。

6

複素数平面上で、点 z が原点 O を中心とする半径 1 の円上を動くとき、 $w = 2 - iz$ で表される点 w の描く図形を C とする。また、 $a = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$ 、 $b = \frac{1 + i}{\sqrt{2}}$ とする。ただし、 i は虚数単位である。

- (1) $a = \cos \alpha + i \sin \alpha$ 、 $b = \cos \beta + i \sin \beta$ を満たす実数 α と β を求めよ。ただし、 $0 \leq \alpha < 2\pi$ 、 $0 \leq \beta < 2\pi$ とする。
- (2) C を複素数平面上に図示せよ。
- (3) $a^n = 2 - ib^n$ を満たす自然数 n のうち、最小のものを求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--